

課題 数列 (提出の必要なし)

Ex.1 次の数列の初項と公差はいくらか. また一般項 a_n も求めよ.

1. $\{0, 4, 8, 12, 16, \dots\}$

$$a=0, d=4$$

$$a_n = 0 + 4(n-1) = 4n - 4$$

2. $\{5, 2, -1, -4, -7, -10, \dots\}$

$$a=5, d=-3$$

$$a_n = 5 - 3(n-1) = -3n + 8$$

Ex.2 次の数列の和 S_n を求めよ.

1. $\{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 97, 99, \dots\}$

$$a_n = 1 + 2(n-1) = 2n - 1$$

$$S_n = \frac{1+2n-1}{2} \times n = n^2$$

2. $\{10, 6, 2, -2, -6, \dots, -62, -66, \dots\}$

$$a_n = 10 - 4(n-1) = -4n + 14 \text{ より}$$

$$S_n = \frac{10-4n+14}{2} \times n = -2n^2 + 12n$$

Ex.3 次の数列の初項と公比はいくらか. また一般項 a_n も求めよ.

1. $\{4, 12, 36, 108, 324, \dots\}$

$$a=4, r=3$$

$$a_n = 4 \times 3^{n-1}$$

2. $\{48, 24, 12, 6, 3, \dots\}$

$$a=48, r=0.5$$

$$a_n = 48 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

Ex.4 次の数列の和 S_n を求めよ.

1. $\{1, 2, 4, 8, 16, \dots, 512, 1024, \dots\}$

$$S_n = \frac{1(1-2^n)}{1-2} = 2^n - 1$$

2. $\{1, 1/2, 1/4, 1/8, \dots, 1/512, 1/1024, \dots\}$

$$S_n = \frac{1\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}}{1-\frac{1}{2}} = 2 - 2\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Ex.5 100 万円を利率が 5%の銀行に 10 年間預けるといくらになるだろうか. ちなみに利子は複利であるとする. (計算機を使って構いません)

$$100 \times (1 + 0.05)^{10} = 162.8894 \text{ (万円)}$$

Ex.6 次の数列の一般項を, n を用いて表現せよ.

{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...}

$$a_n = n^2$$

Ex.7

ある無人島に, ネズミを 10 匹放した. このネズミは, エサさえあれば, 子供を産み, 1 年で倍の数になる. この島にはもともとエサがないので, 「ネズミ 10 匹が 100 年生きるのに必要なエサ」を置いておいたが, ネズミが増えてしまったため 100 年は持たなかった. エサがなくなったのは何年目だろうか.

$$\text{エサの量} = 10 \times 100 = 1000$$

$$S_n = \frac{10(1-2^n)}{1-2} = 10 \times 2^n - 10 > 1000$$

$$2^n > 101$$

$$2^6 < 101 < 2^7$$

7 年目

【おまけ：時間があれば説明します】

(複利計算)

利率が $r\%$ の銀行に 100 万円を預金した. n 年後に受け取れる金額はいくらか.

(現在価値)

n 年後の金額の現在価値は?

毎年 1 万円が永遠に受け取れる債券の価値はいくら?