

経済数学入門第13回 行列 練習問題

1. 以下の計算をせよ.

$$\begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 8 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 8 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 2 & 6 \\ 0 & -7 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 12 \\ -3 & -7 & 3 \end{pmatrix}$$

2. 以下の計算をせよ.

$$\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 8 & 7 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 \\ 38 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

3. 以下の計算をせよ.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -42 & -15 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 5 & -6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 7 \\ 17 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 149 & -44 \\ 337 & -100 \end{pmatrix}$$

4. 次の行列の逆行列を求めよ.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \frac{1}{-14} \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \frac{1}{-8} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5. 次の連立方程式の解を, 行列式を用いて求めよ.

$$\begin{aligned} 2x - 3y &= 12 \\ -x + y &= 4 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = A \text{ とすると}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \text{ となる.}$$

もとの行列式の両辺に左から A^{-1} をかけると,

$$A^{-1}A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -24 \\ -20 \end{pmatrix}$$

よって, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -24 \\ -20 \end{pmatrix}$ となる.

$$\begin{aligned} x - 6y &= -9 \\ 4x - y &= 10 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 10 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = A \text{ とすると}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{23} \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \text{ となる.}$$

もとの行列式の両辺に左から A^{-1} をかけると,

$$A^{-1}A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{23} \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -9 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

よって, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ となる.