

経済数学入門

学籍番号:

名前:

Ex. 1 以下の関数の増減表を書け.

1.  $y = \frac{1}{3}x^3 - x + 6$

$y' = x^2 - 1 = 0$  とかく  
 $(x+1)(x-1) = 0$   
 $x = \pm 1$

$x = 1$  かつ  $y = \frac{16}{3}$   
 $x = -1$  かつ  $y = \frac{20}{3}$

$x$	...	-1	..	1	..
$y'$	+	0	-	0	+
$y$	↗	$\frac{20}{3}$	↘	$\frac{16}{3}$	↗

2.  $y = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 12x + 4$

$y' = -x^2 - 7x - 12 = 0$  とかく  
 $(x+4)(x+3) = 0$   
 $x = -3, -4$

$x$	...	-4	...	-3	...
$y'$	-	0	+	0	-
$y$	↘	$\frac{52}{3}$	↗	$\frac{35}{2}$	↘

3.  $y = x^3 + 6x^2 + 12x - 5$

$y' = 3x^2 + 12x + 12 = 0$  とかく  
 $(x+2)^2 = 0$   
 $x = -2$

$x$	...	-2	...
$y'$	+	0	+
$y$	↗	-13	↗

4.  $y = \frac{1}{2}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - 6x^2 + 1$

$y' = 2x^3 - 2x^2 - 12x = 0$  とかく

$x(x-3)(x+2) = 0$   
 $x = 0, 3, -2$

$x$	...	-2	..	0	..	3	..
$y'$	-	0	+	0	-	0	+
$y$	↘	$-\frac{29}{3}$	↗	1	↘	$-\frac{61}{2}$	↗

Ex. 2 以下の関数のグラフを描け.

1.  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 3x + 1$

$f'(x) = 2x^2 - 5x - 3 = 0$  とかく  
 $(2x+1)(x-3) = 0$   
 $x = -\frac{1}{2}, 3$

$x$	..	$-\frac{1}{2}$	..	3	..
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$\frac{43}{24}$	↘	$-\frac{25}{2}$	↗

2.  $\pi = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 15x + 8$

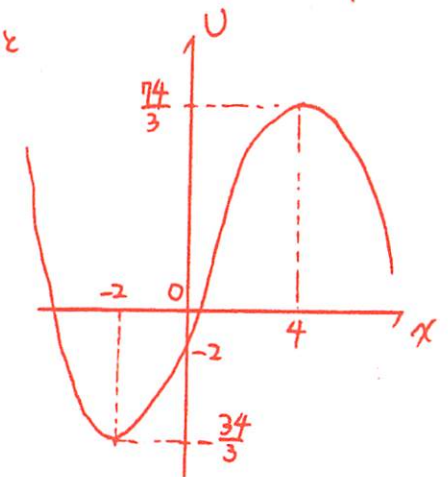
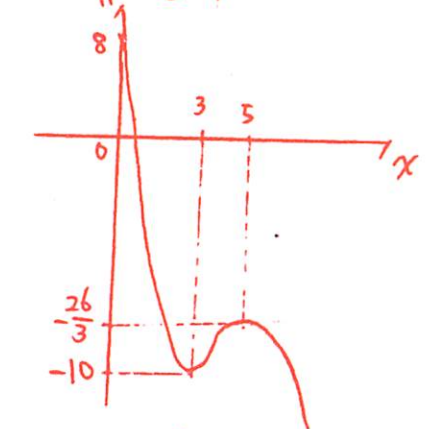
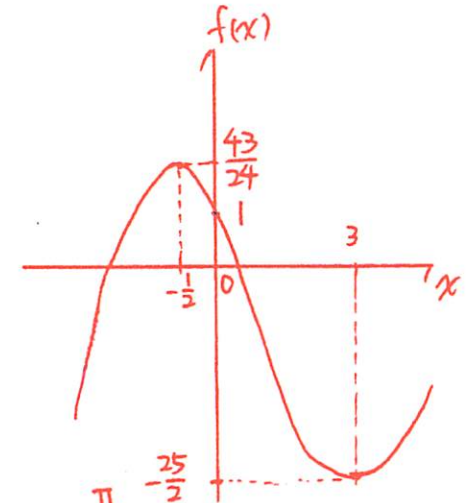
$\pi' = -x^2 + 8x - 15 = 0$  とかく  
 $(x-5)(x-3) = 0$   
 $x = 3.5$

$x$	..	3	..	5	..
$\pi'$	-	0	+	0	-
$\pi$	↘	-10	↗	$-\frac{26}{3}$	↘

3.  $U = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 8x - 2$

$U' = -x^2 + 2x + 8 = 0$  とかく  
 $(x-4)(x+2) = 0$   
 $x = -2, 4$

$x$	..	-2	..	4	..
$U'$	-	0	+	0	-
$U$	↘	$-\frac{34}{3}$	↗	$\frac{74}{3}$	↘



Ex. 3 次の放物線の傾きが10よりも大きくなるようなxの範囲を求めよ。

$$y = x^2 + 4x + 3$$

$$y' = 2x + 4 > 10$$

$$x > 3$$

Ex. 4 以下の2次関数が最大となるようなxと、その時の最大値を求めよ。

$$1. f(x) = -x^2 + 9x - 10$$

$$f'(x) = -2x + 9 = 0 \text{ とおくと}$$

$$x = \frac{9}{2}$$

$$f\left(\frac{9}{2}\right) = \frac{41}{4}$$

$$x = \frac{9}{2} \text{ かつ } \frac{41}{4}$$

$$2. f(x) = -4x^2 + 24x + 7$$

$$f'(x) = -8x + 24 = 0 \text{ とおくと}$$

$$x = 3$$

$$f(3) = 43$$

$$x = 3 \text{ かつ } 43$$

$$3. f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 6x - 1$$

$$f'(x) = -3x + 6 = 0 \text{ とおくと}$$

$$x = 2$$

$$f(2) = 5$$

$$x = 2 \text{ かつ } 5$$

Ex. 5 次の2次関数が最小となるようなxと、その時の最小値を求めよ。

$$1. f(x) = 2x^2 - 8x + 11$$

$$f'(x) = 4x - 8 = 0 \text{ とおくと}$$

$$x = 2$$

$$f(2) = 3$$

$$x = 2 \text{ かつ } 3$$

$$2. f(x) = x^2 + 3x$$

$$f'(x) = 2x + 3 = 0 \text{ とおくと}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{9}{4}$$

$$x = -\frac{3}{2} \text{ かつ } -\frac{9}{4}$$

Ex. 6 次の3次関数の傾きが-2になる点を求めよ。

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x - 8$$

$$x = 1 \text{ かつ } y = -\frac{26}{3}$$

$$y' = x^2 - 4x + 1 = -2 \text{ かつ}$$

$$x = 3 \text{ かつ } y = -14$$

$$(x-3)(x-1) = 0$$

$$x = 1, 3$$

$$(x, y) = \left(1, -\frac{26}{3}\right), (3, -14)$$

【発展】次の関数の最大値を求めよ。

$$f(x) = -x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + 5$$

$$f'(x) = -4x^3 + 4x^2 - 8x = 0 \text{ とおくと}$$

$$-4x(x^2 - x + 2) = 0$$

解らず

$$x = 0$$

$$x = 0 \text{ かつ } 5$$

x	...	0	...
f'(x)	+	0	-
f(x)	↗	5	↘